恒星社 新天文学講座 IX『天文学の応用』「日月食の図計算法」追計算

鈴木敬信

2023 年 9 月 7 日

概要

BASIC 言語「Tiny Basic for Windows 1.502」を電卓代わりに使い月食接触時刻の追計算を試みた.

1. 月食の要素から $n, x, y, L, LP14, LU14, LU23$ を計算する.

2. $LP14$(半影食の始と終), $LU14$(本影食の始と終), $LU23$(皆既食の始と終) の符号が反転する前後 2 組を長沢の式に代入してそれらの 3 次近似式の各係数を求める.

3. 3 次近似式から $LP14, LU14, LU23$ が 0 になる時刻を 2 分法で求める

4. 求めた時刻を日本時に換算する.

5. 注意 (鈴木敬信「I. 月食の図計算法」 269 より)
たとえば月の赤緯の変化速度は時々刻々に変化し, 月は天球上において曲線を描いて運動する. それを月食の要素においては, 合の時刻の赤緯と, その時の毎時変化とだけで表わそうとする. いわば曲線を直線で置きかえるもので, 誤差の原因はここにある. たとえば赤経の合より 2 時間前および 2 時間後の月の赤経赤緯を, 月食の要素から求めるとそれぞれ 2h15m 32.04 秒 (32.66 秒), $+15°41'22.6''(15.0'')$ および 2h54m3.64 秒 (4.28 秒), $+16°7'4.2''(6'56.2'')$ だが, 天体位置表から正しい値を求めると, カッコ内の値を得る. この差は当然月食の計算時刻に差を起こす (もちろん 1 分以内の差であるが).

6. 月食の要素が与えられていると簡単に接触時刻を計算でききる.

7. データ入力法について、改善の余地がある.

1 月食要素と計算結果

1957 年 11 月 7〜8 日の月食要素 (「日月食の図計算法」p.267)

赤経の合 $T0 =$ 11 月 07 日 23 時 16 分 51.24 秒

視赤経太陽 =	14 時 49 分 47.84 秒	視赤経月 =	2 時 49 分 47.84 秒
同毎時変化太陽 =	00 分 10.00 秒	同毎時変化月 =	02 分 07.90 秒
視赤緯太陽 =	$-16°18'47.8''$	視赤緯月 =	$+15°54'13.4''$
同毎時変化太陽 =	$-0'44.2''$	同毎時変化月 =	$+6'25.4''$
視差太陽 =	$0'08.88''$	視差月 =	$55'35.39''$
視半径太陽 =	$16'08.62''$	視半径月 =	$15'08.11''$

計算結果 (JST)	伊賀	鈴木敬信	天体位置表
半影食の始め $P1 =$	20 時 30.3 分	20 時 30.6 分	20 時 30.5 分
本影食の始め $U1 =$	21 時 43.1 分	21 時 43.4 分	21 時 43.3 分
皆既食の始め $U2 =$	23 時 11.2 分	23 時 11.6 分	23 時 11.9 分
食の最大 $GE =$	23 時 26.7 分	23 時 27.0 分	23 時 26.9 分
皆既食の終り $U3 =$	23 時 42.6 分	23 時 42.2 分	23 時 41.9 分
本影食の終り $U4 =$	25 時 10.7 分	1 時 10.8 分	1 時 10.5 分
半影食の終り $P6 =$	26 時 23.5 分	2 時 22.9 分	2 時 23.2 分

2 準備計算

2.1 月食要素の入力

時刻と赤経は 時, 分, 秒, 赤緯は $°,','' $ に分けて入力する (赤緯の + と− に注意)

月食要素の入力

```
T0H = 23 : T0M = 16 : T0Ss = 51.24
RA0Hsun   =  14 : RA0Msun   =  49 : RA0Sssun   =  47.84
DC0Dsun   = -16 : DC0Msun   = -18 : DC0Sssun   = -47.8
```

(以下省略)

2.2 単位の換算

```
T0Hh = T0H + T0M/60 + T0Ss/3600
print "T0Hh = ";T0Hh
```

```
RA0Hhsun = RA0Hsun + RA0Msun/60 + RA0Sssun/3600
print "RA0Hhsun = ";RA0Hhsun
DC0Ddsun = DC0Dsun + DC0Msun/60 + DC0Sssun/3600
print "DC0Ddsun = ";DC0Ddsun
```
（以下省略）

3 地影中心に対する月中心の位置と距離 x, y, L

3.1 地影中心に対する月中心の x, y, L を求める (鈴木 (1) 式)

計算の便宜上からは,

$$p = 15 \times \cos\delta_0' \times (\Delta\alpha' - \Delta\alpha),$$

$$q = (\Delta\delta + \Delta\delta'),$$

$$x = p \times n,$$

$$y = (\delta_0 + \delta_0') + q \times n$$

とするのがよい. p, q は一定であり, p, q を累加することによって x, y が簡単に得られるからである. 鈴木 (1) 式によれば, 基準時刻は T_0, すなわち赤経の衝の時刻であり, T_0 から 1 時間の整数倍だけへだたった時刻の x, y が算出される.

これを用いて計算した結果は次の通り. 単位は角度の分にそろえた.

$$(\Delta\alpha' - \Delta\alpha) = -117.90'' = -1.965',$$

$$p = 15\cos\delta_0(\Delta\alpha' - \Delta\alpha) = -28.35',$$

$$q = (\Delta\delta + \Delta\delta') = +5.69',$$

$$(\delta_0 + \delta_0') = -24'34.4'' = -24.57'$$

3.2 地影中心に対する月中心の x, y, L を求める (作表)

赤経の衝前後各 4 時間分の x, y, L を求める ($\mathrm{n} = -4$ to $+4$(T0 に対する相対時間)).

月食期間中の月の位置の変化は大きくないので、月と地影の中心間の距離は

$$L = \sqrt{x^2 + y^2}$$

で求めた. 同時に $LP14, LU14, LU23$ も同時に求めた.

```
for n = -4 to + 4 step 0.1
   x = p * n
   y = q * n + dDCOMm
   L = sqr(x^2 + y^2)
   LP14 = L - (Lpen + SDiaOMmmoon)
   LU14 = L - (Lumb + SDiaOMmmoon)
   LU23 = L - (Lumb - SDiaOMmmoon)
   print using "####.###  ####.##  ###.##  ####.##  ###.###  ###.###  ###.###"
   ;n,x,y,L,LP14,LU14,LU23
next n
```

4 接触時刻の計算

4.0.1 半影食の始め

表から $n = -2.800$ と $n = -2.700$ の間で $LP14$ の値が正から負の変わるのでこの間に半影食の始めの時刻 $P1$ がある.

n	x	y	L	LP14	LU12	LU23
-2.900	82.21	-41.06	91.89	3.437	36.370	66.641
-2.800	79.37	-40.50	89.10	0.651	33.584	63.854
-2.700	76.54	-39.93	86.33	-2.129	30.804	61.074
-2.600	73.70	-39.36	83.55	-4.902	28.031	58.302

この 4 点を通る 3 次近似式は長沢工『日の出・日の入りの計算』の式から求めると

$$f(x) = (AA) * x^3 + (BB) * x^2 + (CC) * x + (DD)$$

は、

$$f(x) = (0.000166667) * x^3 + (0.003000000) * x^2 + (-2.78317) * x + (0.651)$$

が得られた.

2 分法で $f(x) = 0$ を満たす x を求めると,

$$x = 0.2339630$$

が得られた.

$n = -2.800$ 時 (赤経の衝の 2.8 時間前=20 時 28 分 51.24 秒) の $x = 0.2339630$ 時間後に $f(x) = 0$ となる．日本標準時に換算すると, 半影食の始めの時刻 $P1$ は $n, LP14$ 表が 0.100 時間刻みであることに注意して $P1$ を求めると,

$$P1 = 23 \text{ 時 } 16 \text{ 分 } 51.24 \text{ 秒} + (-2.800) + (0.2339630) \times 0.1 \text{ 時間}$$

$$= (23 + 16/60 + 51.24/3600) \text{ 時} - 2.800 \text{ 時間} + 0.0233963 \text{ 時間}$$

$$= 20.50423 \text{ 時} = 20 \text{ 時} + 60 \times 0.50423 = 20 \text{ 時 } 30.3 \text{ 分}$$

テキストは, 20 時 30.6 分 (鈴木).20 時 30.5 分 (天体位置表)

と求まった.

5　2023 年 10 月 29 日の部分日食

2023 年 10 月 29 日の部分日食も計算してみた。

Lunar Eclipse 2023-10-29

計算結果 (JST)	伊賀 BASIC	北極方向角	暦象年表	北極方向角	誤差 (1)
半影食の始め P1	02 h 59.8 m	102o.0	02 h 59.9 m	101o.6	-0.1 m
本影食の始め U1	04 h 34.2 m	133o.4	04 h 34.5 m	133o.4	-0.3 m
食 の 最 大 GE	05 h 14.1 m	154o.9	05 h 14.1 m	154o.8	±0.0 m
本影食の終り U4	05 h 52.2 m	175o.5	05 h 53.6 m	176o.2	-1.4 m
半影食の終り P6	07 h 28.5 m	207o.9	07 h 28.3 m	208o.0	+0.2 m
最大食分 UM		0.130		0.128	+0.02

(1) 誤差 = 伊賀 BASIC − 暦象年表